

Diagnostyka obrazowa

Ćwiczenie szóste

Transformacje obrazu w dziedzinie częstotliwości

1. Cel ćwiczenia

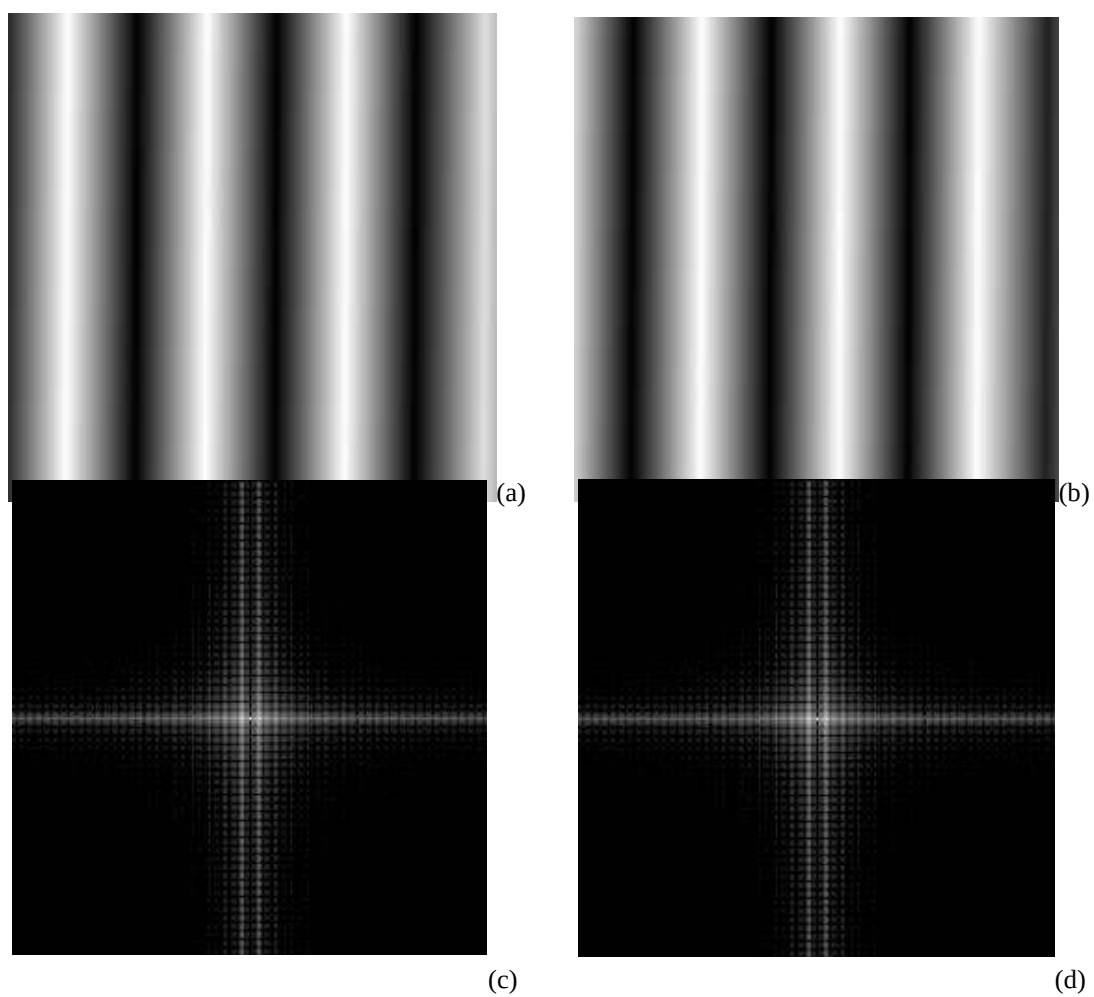
Ćwiczenie ma na celu zapoznanie uczestników kursu „Diagnostyka obrazowa” z podstawowymi przekształceniami obrazu wykonywanymi na obrazie przekształconym do dziedziny częstotliwości za pomocą programu ImageJ.

2. Obraz w dziedzinie częstotliwości

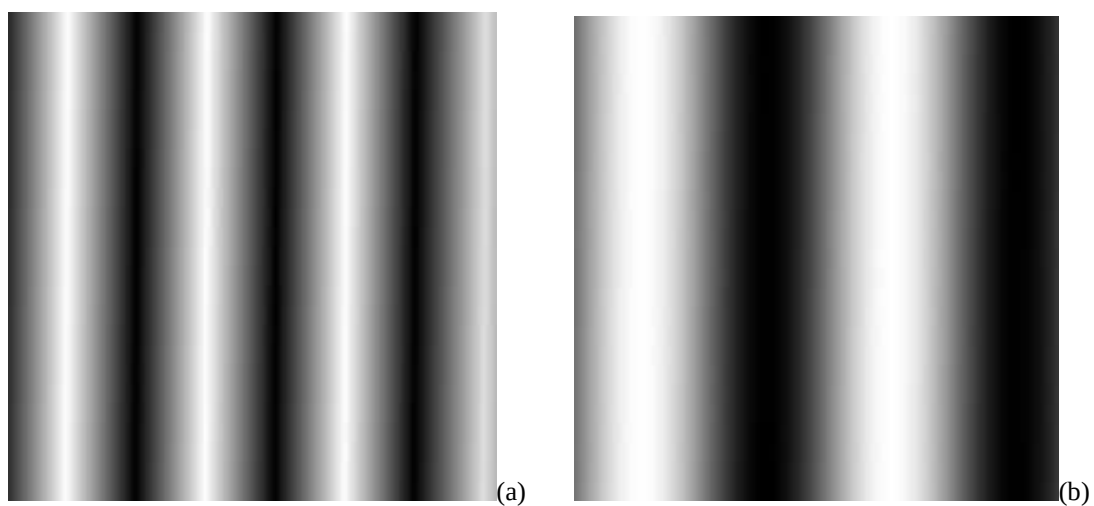
Częstotliwość (częstość) określa liczbę cykli zjawiska okresowego występujących w jednostce czasu. Częstotliwość 1 herca (Hz – w układzie SI) odpowiada występowaniu jednego zdarzenia (cyklu) w ciągu 1 sekundy. Jednostka Hz nie jest stosowana przy opisie częstotliwości obrazu. Częstotliwość obrazu opisuje się za pomocą cykli na jednostkę odległości (mm, m, mm^{-1} , itd.). Jeżeli brana jest pod uwagę odległość obrazu od obserwatora, częstotliwość może być wyrażana w cyklach na stopnie, gdzie stopnie odpowiadają kątom pod jakim patrzy obserwator.

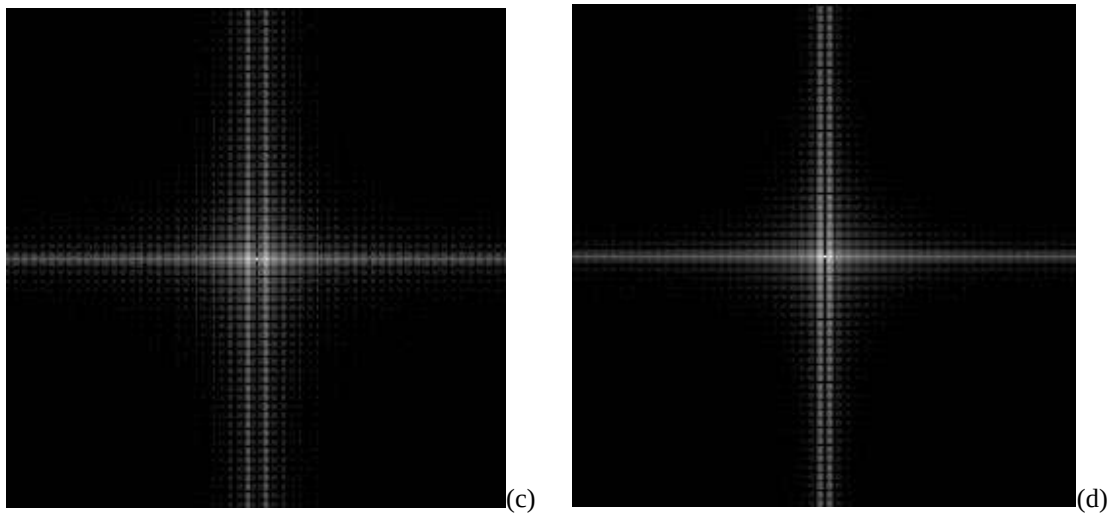
Każdy sygnał okresowy można wyrazić jako sumę sygnałów sinusoidalnych. Obraz jest złożeniem sygnałów okresowych (sinusoidalnych) o określonych częstotliwościach i amplitudach. Okresowość sygnału symulowana jest wyrażana poprzez powielenie obrazów do nieskończoności. Obraz w przestrzeni częstotliwości składa się z części fazowej i amplitudowej (wartość piksela zamieniana jest na liczbę zespoloną). Część amplitudowa informuje o częstotliwościach występujących w obrazie, część fazowa gdzie są one położone.

Rysunek 1, Rysunek 2, Rysunek 3 oraz Rysunek 4 to przykłady obrazów przekształconych do dziedziny częstotliwości. Obrazy przykładowe zostały poddane różnym modyfikacjom, w celu zaprezentowania idei i wpływu modyfikacji na wynik transformacji. Na przykładzie z Rysunek 1 widać, że przesunięcie fazowe nie ma wpływu na obraz częstotliwości. Natomiast Rysunek 2 pokazuje jaki wpływ na obraz częstotliwości ma amplituda.

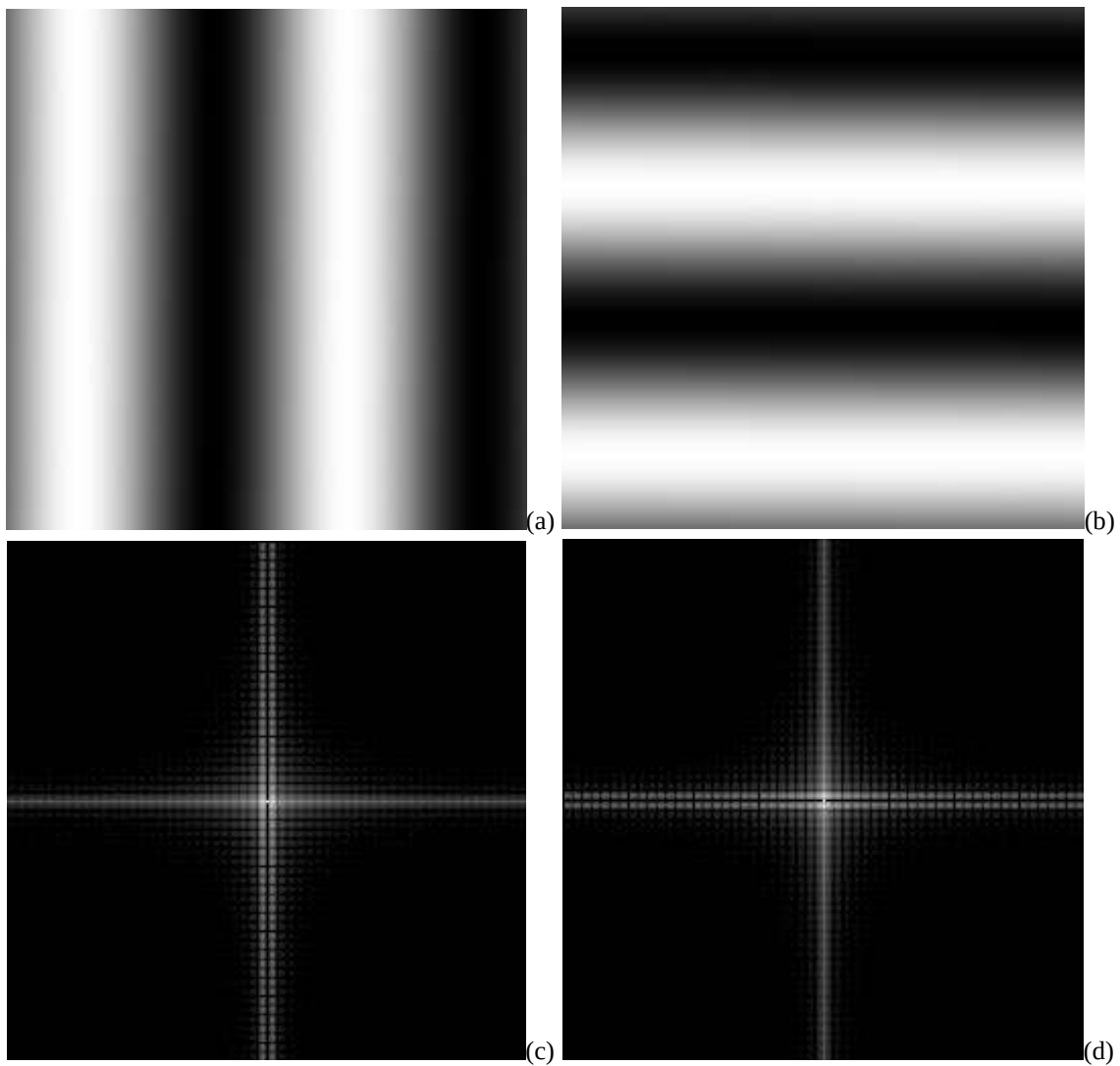


Rysunek 1. Dwa obrazy testowe (a) gradient_1 i (b) gradient_2, różniące się od siebie jedynie przesunięciem fazowym, oraz odpowiednio ich przekształcenia do dziedziny częstotliwości (c) i (d).



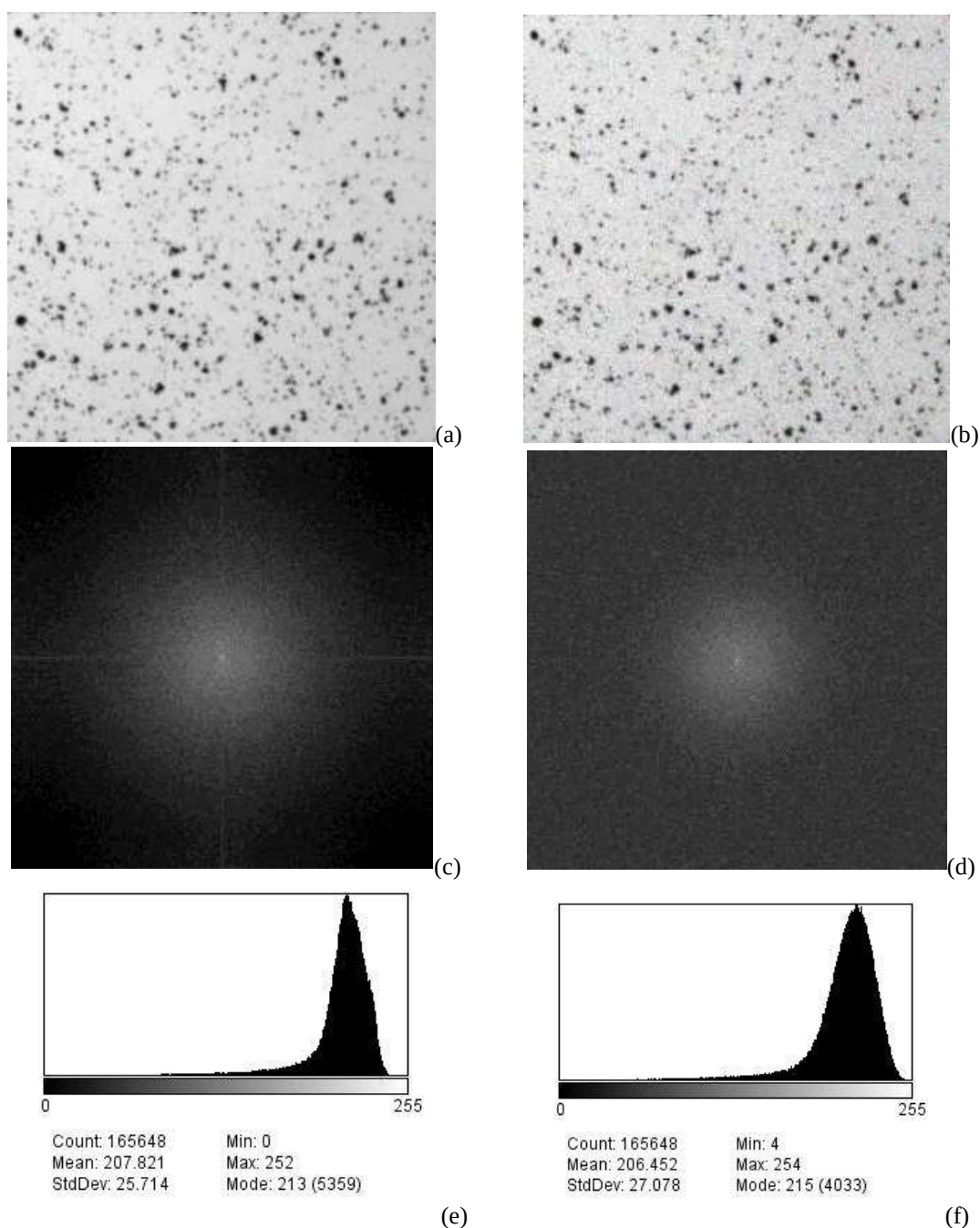


Rysunek 2. Dwa obrazy testowe (a) gradient_1 i (b) gradient_3, różniące się od siebie amplitudą, oraz odpowiednio ich przekształcenia do dziedzinie częstotliwości (c) i (d).



Rysunek 3. Dwa obrazy testowe (a) gradient_3 i (b) gradient_4, gdzie gradient_4 powstał przez obrót obrazu gradient_3 o 90° , oraz odpowiednio ich przekształcenia do dziedzinie częstotliwości (c) i (d).

Na przykładzie widać, że również wykres amplitudowy został obrócony o 90° .



Rysunek 4. Dwa obrazy testowe (a) Cell Colony (obraz przykładowy z ImageJ) i (b) zaszumiony szumem o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym 20.0 obraz Cell Colony. Obrazy przekształcone do dziedziny częstotliwości (c) i (d), odpowiednio. Histogramy (e) i (f) obrazów (a) i (b), odpowiednio.

Analizując Rysunek 4, komórki z obrazów (a) i (b) są podobnego kształtu, mają zbliżony odcień szarości i wszystkie mają ograniczony zakres wielkości. Wykres amplitudowy (d) Rysunek 4, czyli obrazu Cell Colony po dodaniu szumu różni się znacznie od wykresu amplitudowego (c). Z histogramów Rysunek 4 (e) i (f), łatwo odczytać jakie zmiany w obrazie Cell Colony wprowadził szum: nieznacznie zmniejszyła się średnia wartość luminancji, zwiększyła się wartość odchylenia standardowego, zmianie uległ również zakres wartości jakie wystąpiły na obrazie.

3. Transformata Fouriera i odwrotna transformata Fouriera

Transformacja Fouriera jest liniową, odwracalną transformacją, która przekształca obraz z dziedziny przestrzeni w dziedzinę częstotliwości. Transformacja obrazu do dziedziny częstotliwości pozwala między innymi na zastosowanie filtrów spektralnych do usunięcia szumów, uwydatnienia (wzmocnienia) obrazu, czy wydzielenia pewnych fragmentów (komponentów), które są lepiej odseparowane w dziedzinie częstotliwości niż w dziedzinie przestrzeni.

Dwuwymiarowa transformata Fouriera obrazu $f(x, y)$ jest oznaczana jako $F(u, v)$ i wyraża się wzorem:

$$F(u, v) = \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy.$$

W powyższym wzorze zmienne u i v reprezentują współrzędne dziedziny częstotliwości, natomiast i oznacza część urojoną. Wzór jednak nie może być zastosowany wprost – dziedzina przestrzenna jest dyskretna, a całki operują na wartościach ciągłych. Do wyliczenia transformaty Fouriera stosuje się dyskretną transformatę Fouriera (DFT) za pomocą algorytmu szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Dwuwymiarowa, dyskretna transformata Fouriera dla obrazu o wymiarach $M \times N$ jest zdefiniowana jako:

$$F(k, l) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp \left[-2\pi i \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right) \right].$$

Powrót z dziedziny częstotliwości do dziedziny przestrzeni po wykonaniu operacji filtrowania lub innych działań odbywa się za pomocą istniejącego przekształcenia odwrotnego. Takie przekształcenie pozwala na powrót do dziedziny przestrzennej bez żadnych błędów czy utraty informacji. Dwuwymiarowa, dyskretna, odwrotna transformata Fouriera wyraża się wzorem:

$$f(m, n) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} K(k, l) \exp \left[-2\pi i \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right) \right].$$

To wyrażenie może być interpretowane jako rozwinięcie obrazu w sumę ważoną wzajemnie ortogonalnych (lub sinusoidalnych) funkcji podstawowych, gdyż:

$$\begin{aligned} \exp [-2\pi i (ux + vy)] &= \\ &= \exp (-2\pi i ux) \exp (-2\pi i vy) = \\ &= [\cos(2\pi ux) - i \sin(2\pi ux)] [\cos(2\pi vy) - i \sin(2\pi vy)]. \end{aligned}$$

4. Transformata Fouriera w ImageJ

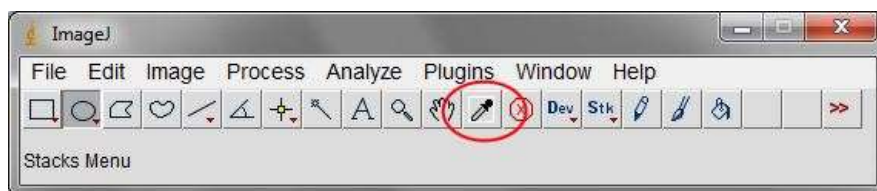
Wykonując transformację Fouriera obrazu, należy go otworzyć w programie i pamiętać, że obraz musi być aktywny do przeprowadzenia na nim jakichkolwiek operacji. W tym celu należy wybrać polecenie **FFT** z menu **Process** -> **FFT**. Kiedy kursor myszy jest nad aktywnym oknem obrazu po przekształceniu **FFT**, jego położenie jest wyświetlane przy pomocy współrzędnych polarnych. Kąt jest wyrażony w stopniach, a promień w pikselach na cykl. Promień może też być wyrażony w [jednostkach] na cykl (np. mm/c), jeżeli przestrzenna skala obrazu została zdefiniowana przy pomocy polecenia **Analyze** -> **Set Scale**. Na obrazie w dziedzinie częstotliwości ciemne punkty odpowiadają wysokim częstotliwościom, a jasne niskim.

5. Filtracja obrazu w dziedzinie częstotliwości

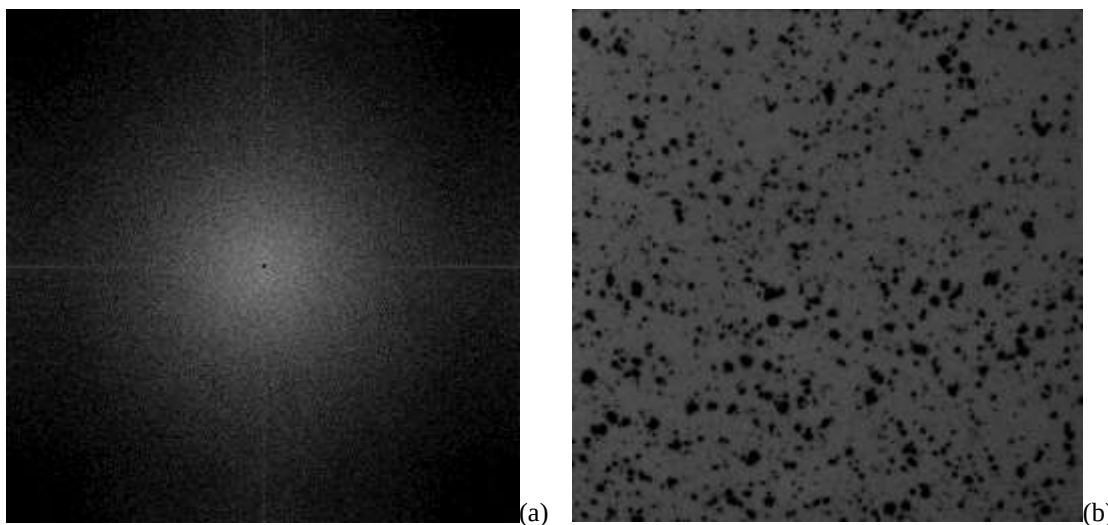
5.1 Filtr górnoprzepustowy

W celu odfiltrowania (usunięcia) pewnych, niepożądanych częstotliwości obrazu, należy na obrazie w dziedzinie częstotliwości zaznaczyć na czarno fragmenty odpowiadające niepożądanym częstotliwościom, a następnie zastosować transformację odwrotną. W zależności od tego jaki obszar zostanie przysłonięty czarnym polem, inne częstotliwości zostaną odfiltrowane.

Najpierw należy wybrać kolor jakim będzie wypełniony obszar. Kolor wybiera się za pomocą polecenia **Image -> Color -> Color Picker**, ta sama opcja jest dostępna przez ikonę, którą pokazuje Rysunek 5. W celu przesłonięcia pewnego fragmentu musimy go zaznaczyć (prostokąt, elipsa, bądź inny kształt), a następnie z menu **Edit** trzeba wybrać opcję **Fill**. Zaznaczony obszar zostanie wypełniony kolorem, który wcześniej został ustawiony. Przykład działania filtru górnoprzepustowego pokazuje Rysunek 6.



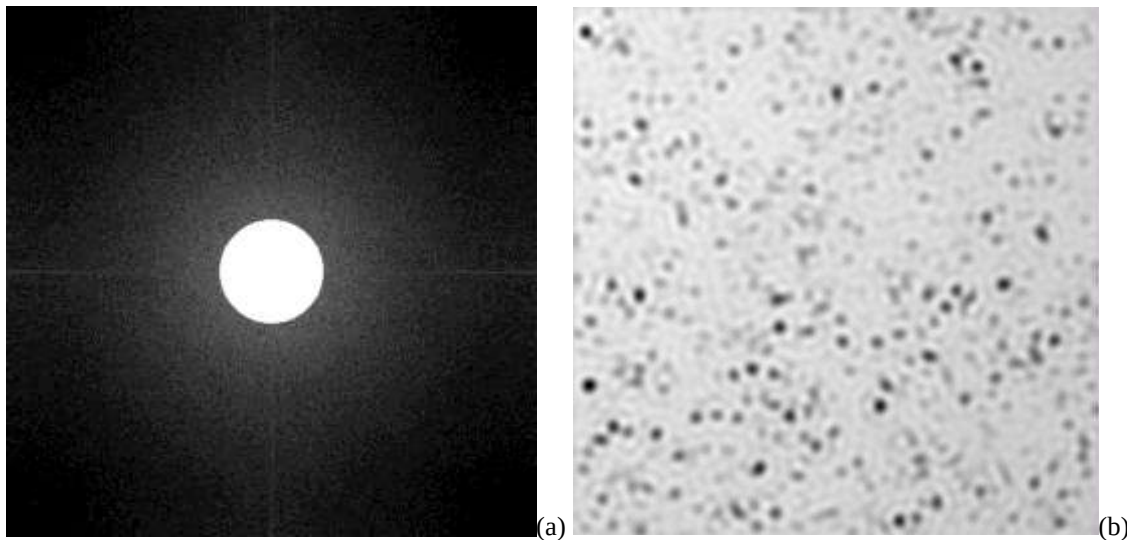
Rysunek 5. Ikona polecenia Color Picker.



Rysunek 6. Obraz Cell Colony po transformacji do dziedziny częstotliwości z centralnym fragmentem wypełnionym na czarno (a) oraz obraz po transformacji odwrotnej (b).

5.2 Filtr dolnoprzepustowy

W celu uwydatnienia dolnych częstotliwości, należy wybrany obszar zaznaczyć na biało (można zaznaczyć dowolną ilość obszarów na pojedynczym obrazie). Rysunek 7 to przykład działania filtru dolnoprzepustowego, gdzie zmiana kształtu i rozmiaru obszaru decyduje o wyniku transformacji odwrotnej.

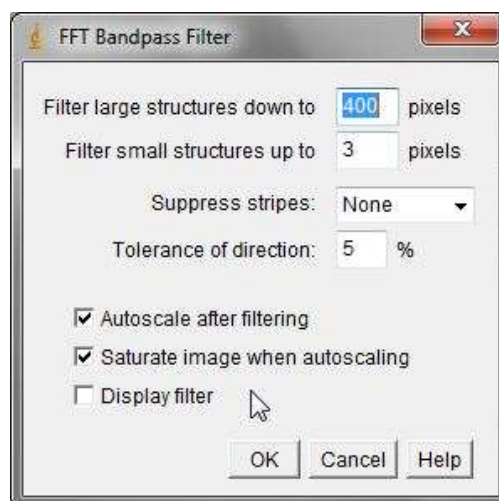


Rysunek 7. Obraz Cell Colony po transformacji do dziedzinie częstotliwości z centralnym fragmentem wypełnionym na biało (a) oraz obraz po transformacji odwrotnej (b).

5.3 Filtr środkowoprzepustowy

Filtr środkowoprzepustowy (pasmowy) w programie ImageJ jest dostępny z menu **Process -> FFT -> Bandpass Filter**. Polecenie wywołuje okno pokazane na Rysunek 8, gdzie można wybrać parametry według których przefiltrowany zostanie obraz:

- poniżej i powyżej jakiej wielkości obszary mają zostać usunięte,
- czy usuwane mają być pasy pionowe czy poziome (zaburzenia powstałe w wyniku skanowania obrazu linia po linii),
- tolerancja kierunku usuwanych pasów,
- czy obraz ma zostać przeskalowany po przetworzeniu,
- czy ma zostać wykonana modyfikacja saturacji,
- czy ma zostać wyświetlony filtr.



Rysunek 8. Okno polecenia Bandpass.

6. Program ćwiczenia

1. Przekształć obraz znajdujący się pod adresem <https://imagej.nih.gov/ij/images/AuPbSn40-2.jpg> do dziedziny częstotliwości.
2. Wykonaj kilka eksperymentów z filtrowaniem obrazu w dziedzinie częstotliwości (filtracja górno-, dolno- i środkowoprzepustowa). Dokonaj interpretacji wyników.

Agnieszka Suchwałko
Katarzyna Wysocka-Król